basic education

Department:
Basic Education
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

**NASIONALE**
**SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**TEGNIESE WISKUNDE V2**

**NOVEMBER 2019**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye en 'n 2 bladsy-inligtingsblad.**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

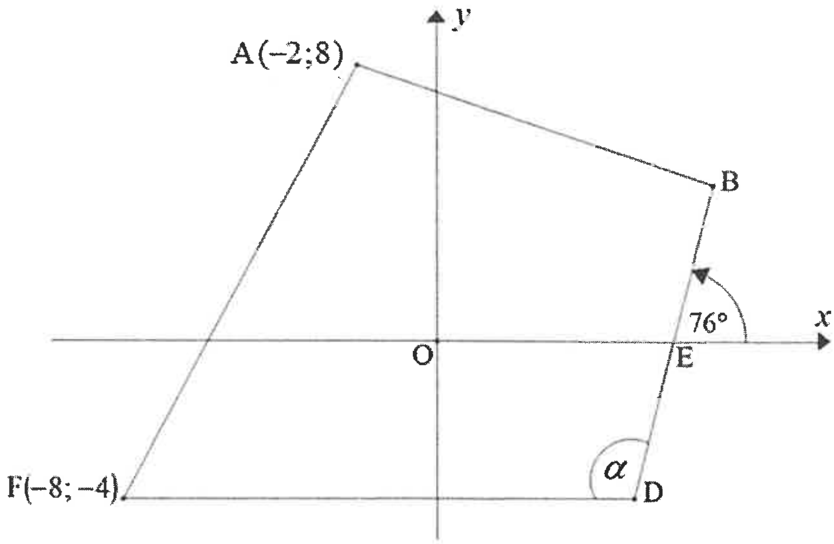
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

## VRAAG 1

Die gebou wat in die prentjie hieronder getoon word, het sykante in die vorm van vierhoeke. Vierhoek ABDF beeld 'n syaansig van die gebou uit, in die Cartesiese vlak, met hoekpunte $A(-2\,;8)$, B, D en $F(-8\,;-4)$.

Die skerphoek gevorm deur die $x$-as en BD is $76°$ en $\hat{D} = \alpha$
FD is parallel met die $x$-as.
(Die diagram is NIE volgens skaal geteken NIE.)




Bepaal:

1.1 Die grootte van $\alpha$ (1)

1.2 Die lengte van AF (laat antwoord in vereenvoudigde wortelvorm) (2)

1.3 Die gradiënt van BD (afgerond tot die naaste heelgetal) (2)

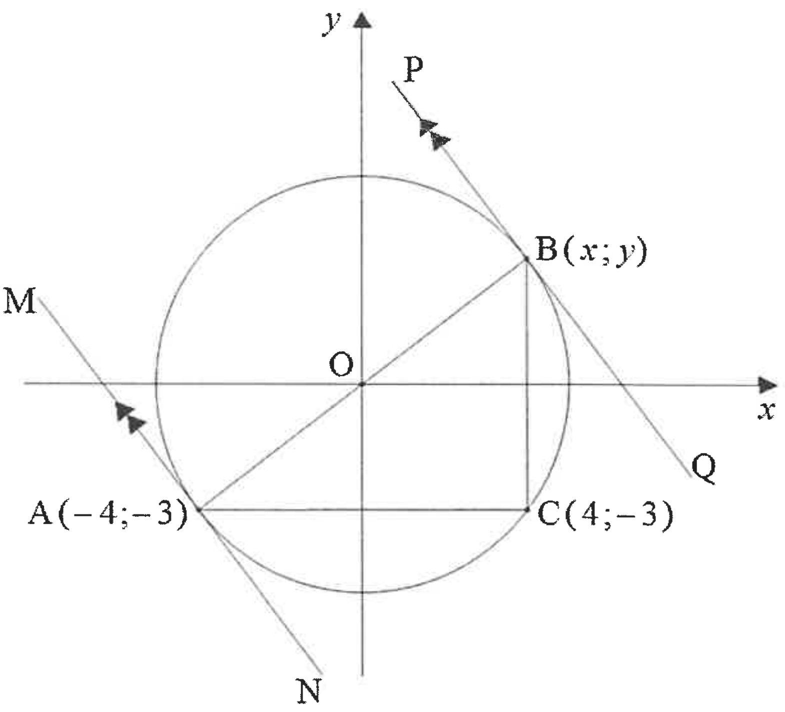
1.4 Die koördinate van die middelpunt van AF (2)

1.5 Vervolgens, die vergelyking van die loodregte halveerlyn van AF in die vorm $y = \ldots$ (5)

**[12]**

## VRAAG 2

2.1 In die diagram hieronder is O (0 ; 0) die middelpunt van sirkel ABC met A(– 4; – 3) en C(4; – 3).
Raaklyne PQ en MN raak die sirkel by B en A onderskeidelik.
Die vergelyking van raaklyn MN word gegee deur $y = -\frac{4}{3}x - \frac{25}{3}$
$MN \parallel PQ$




2.1.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

2.1.2 Skryf neer:

(a) Die koördinate van B (1)

(b) Die gradiënt van PQ (1)

2.1.3 Bepaal vervolgens die vergelyking van raaklyn PQ in die vorm $y = \ldots$ (3)

2.2 Gegee die grafiek gedefinieer deur die vergelyking:

$$x^2 + 8y^2 - 32 = 0$$

2.2.1 Druk die vergelyking uit in die vorm: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm. (2)

2.2.2 Skets vervolgens die grafiek op die assestelsel verskaf. Dui duidelik ALLE snypunte met die asse aan. (3)
**[12]**

## VRAAG 3

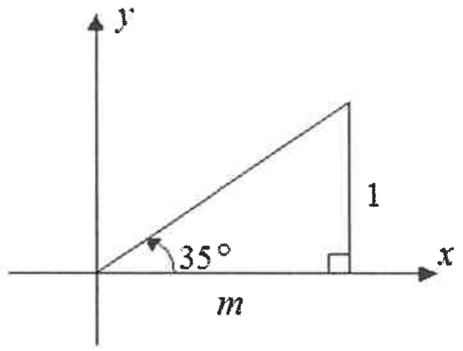
3.1 Gegee: $\theta = 20°$ en $\alpha = 32°$

Bereken die numeriese waarde van:

3.1.1 $\sin 3\alpha$ (1)

3.1.2 $\dfrac{\sec^2\theta - 1}{\tan\alpha}$ (2)

3.2 Gegee die skets hieronder:




Bepaal die volgende in terme van $m$:

3.2.1 $\sin 35°$ (2)

3.2.2 $\left(\cos\dfrac{29}{36}\pi\right)\left(\tan\dfrac{7}{36}\pi\right)$ (5)

3.3 Gegee: $2\cos\theta + \sin\theta = 0$ vir $\theta \in [0°; 360°]$

3.3.1 Toon dat die vergelyking hierbo as $\tan\theta = -2$ uitgedruk kan word. (2)

3.3.2 Bepaal vervolgens, of andersins, die waarde(s) van $\theta$. (4)

**[16]**

## VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig:

4.1.1 $\cot^2 2\beta - \operatorname{cosec}^2 2\beta$ (1)

4.1.2 $\tan^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A - \cos 2\pi$ (5)

4.2 Gegee die identiteit:

$$\operatorname{cosec}(180° + \theta) \cdot \sin(360° - \theta) - [\sin(180° + \theta)]^{\sec 60°} = \cos^2\theta$$

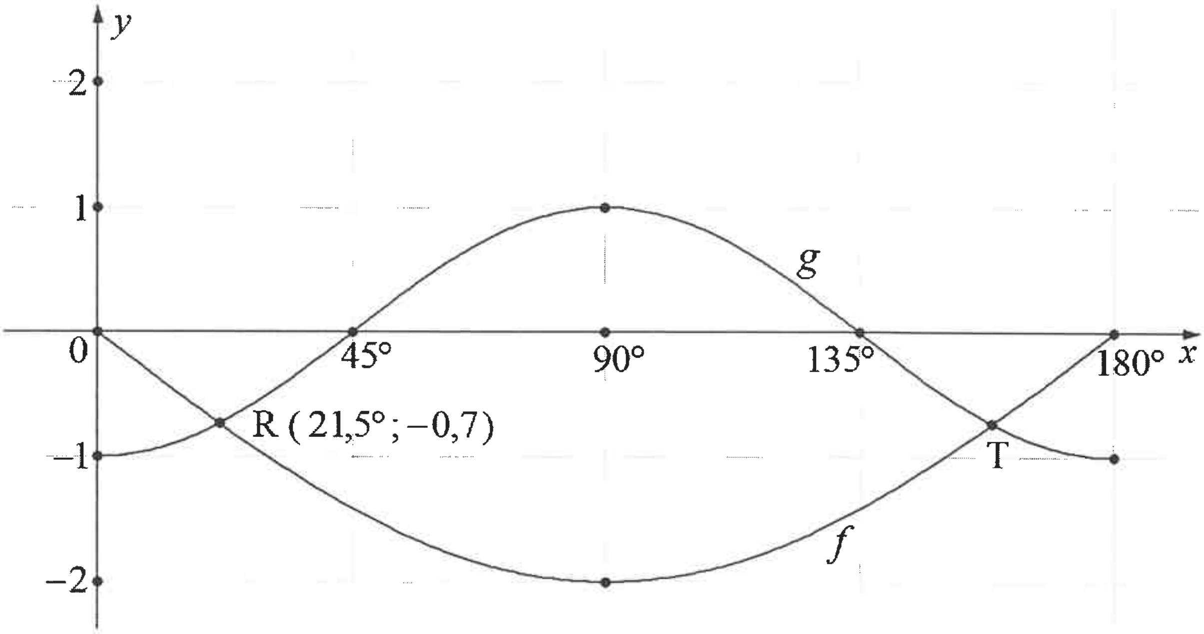
4.2.1 Skryf die numeriese waarde van $\sec 60°$ neer. (1)

4.2.2 Bewys vervolgens die identiteit. (5)
**[12]**

**VRAAG 5**

Die grafieke hieronder verteenwoordig die krommes van funksie $f$ en $g$ onderskeidelik gedefinieer deur $f(x) = a\sin x$ en $g(x) = -\cos bx$ vir $x \in [0°; 180°]$.

$R(21{,}5°; -0{,}7)$ en T is die snypunte van die krommes van $f$ en $g$.




Gebruik die grafieke hierbo en beantwoord die volgende vrae.

5.1 Gee die periode van $f$. (1)

5.2 Bepaal die numeriese waardes van $a$ en $b$. (2)

5.3 Skryf die koördinate van T neer. (2)

5.4 Bepaal die waarde(s) van $x$ waarvoor:

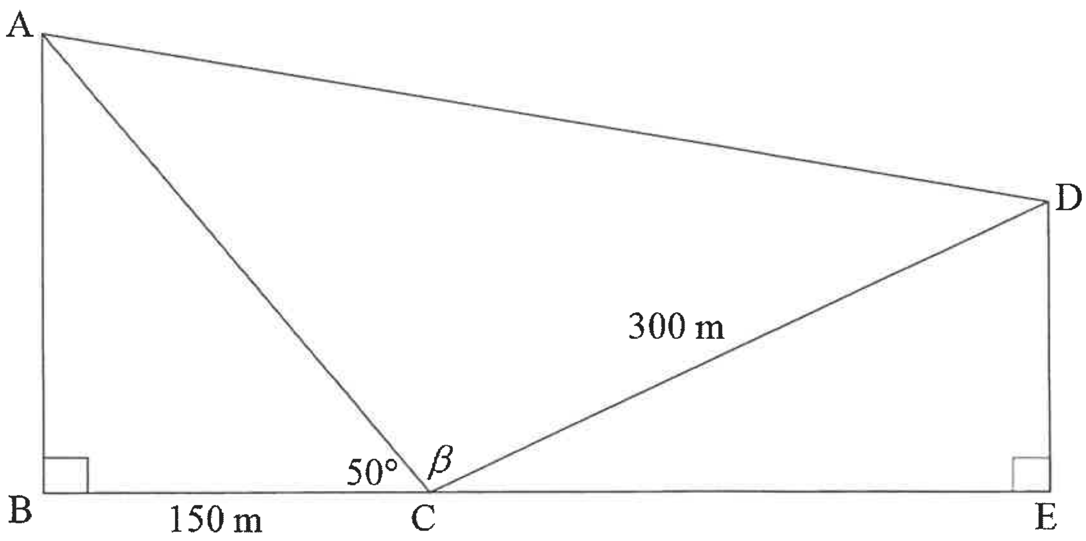
5.4.1 $g(x) \cdot f(x) > 0$ vir $x \in [90°; 180°]$ (2)

5.4.2 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ongedefinieer sal wees (2)

**[9]**

**VRAAG 6**

In die diagram hieronder verteenwoordig AB 'n vertikale toring. Mpolokeng staan by punt C wat 150 m weg van basis B van die toring is.
Die hoogtehoek van A vanaf C is $50°$.
Mpolokeng loop dan 300 m op teen 'n opdraande pad na punt D.
BC is verleng na E sodanig dat BE $\perp$ DE.
Punte A, B, C, D en E lê op dieselfde vertikale vlak.
$A\hat{C}D = \beta > 90°$




6.1 Bereken die afstand van AC. (3)

6.2 Bepaal vervolgens die grootte van $\beta$, indien die oppervlakte van $\Delta\,ACD = 3{,}3648 \times 10^4\ m^2$. (5)

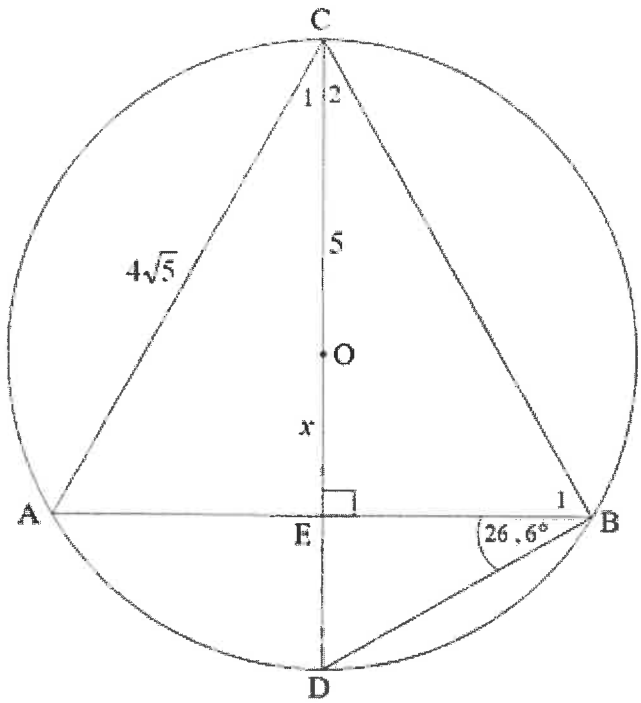
6.3 Bepaal vervolgens die afstand van AD. (4)
**[12]**

## VRAAG 7

7.1 Voltooi die volgende stelling:

Die lyn getrek vanaf die middelpunt van 'n sirkel na die middelpunt van 'n koord is … (1)

7.2 In die diagram hieronder, is O die middelpunt van sirkel CADB.
CD is die middellyn van die sirkel.
$CED \perp AB$ met E op AB.
AB = 8 eenhede, OC = 5 eenhede, AC = $4\sqrt{5}$ eenhede, EO = $x$ eenhede en $D\hat{B}E = 26,6°$




7.2.1 Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

(a) $\hat{C}_1$ (2)

(b) $\hat{A}$ (1)

(c) $\hat{B}_1$ (2)

7.2.2 Skryf neer, sonder om redes te gee, die lengte van:

(a) AE (1)

(b) ED in terme van $x$ (1)

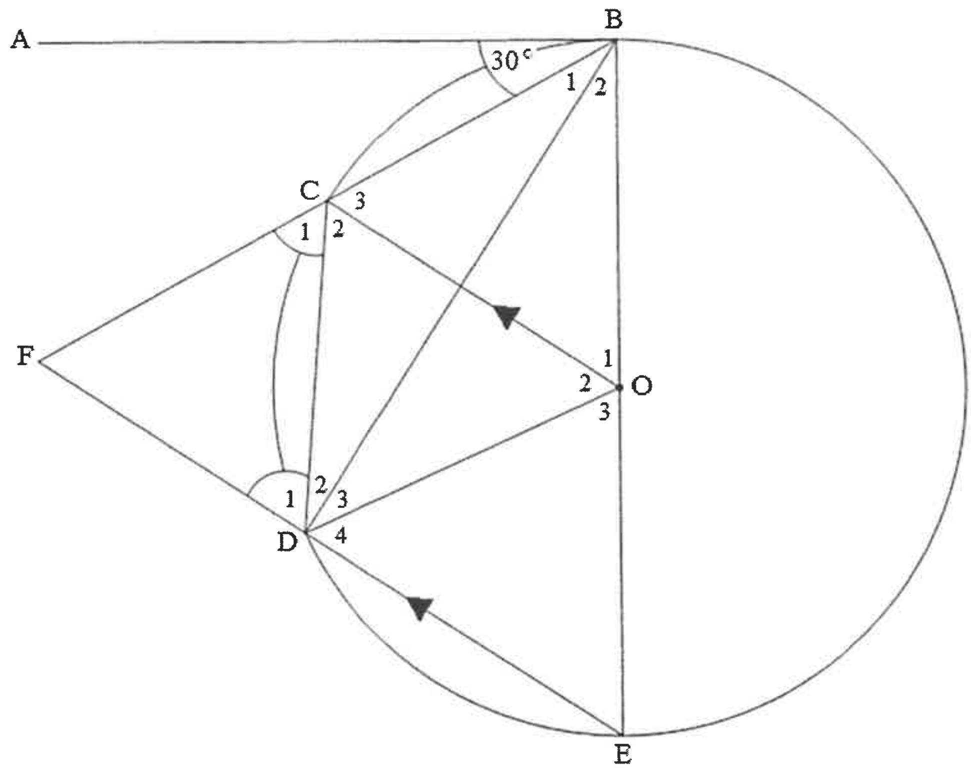
7.2.3 Bepaal vervolgens, of andersins, die numeriese waarde van $x$. (4)
**[12]**

## VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

Die omtrekshoek wat deur die middellyn van die sirkel onderspan word, is … (1)

8.2 In die diagram hieronder is O die middel van sirkel BCDE met middellyn BE.
AB is 'n raaklyn aan die sirkel by B.
BC en ED word verleng om by F te ontmoet.
CO ∥ FE
$\hat{ABF} = 30°$




8.2.1 Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

(a) $\hat{CBO}$ (2)

(b) $\hat{D}_2$ (2)

(c) $\hat{O}_1$ (2)

(d) $\hat{O}_2$ (3)

8.2.2 Toon, met redes, dat FC = FD (4)

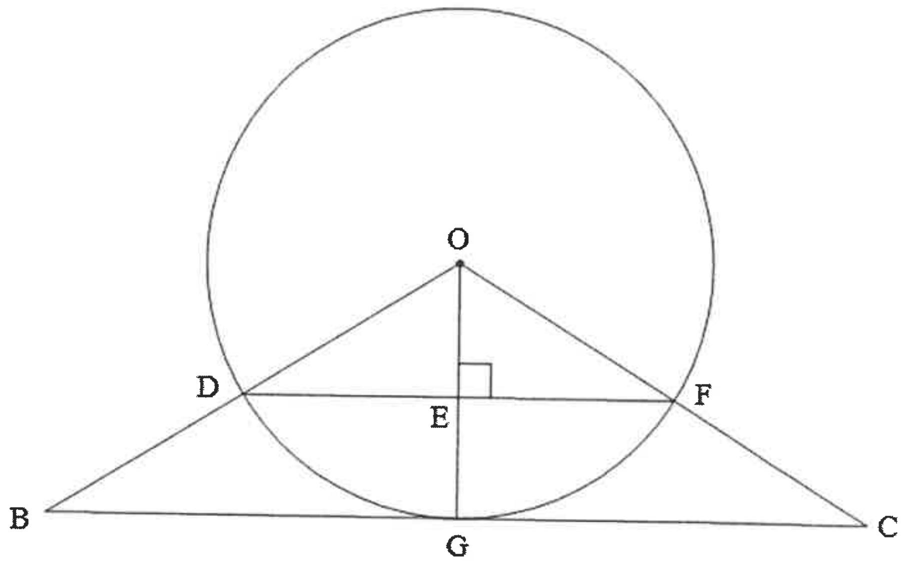
**[14]**

**VRAAG 9**

9.1 Voltooi die volgende stelling:

As 'n lyn twee sye van 'n driehoek in dieselfde eweredige dele verdeel, dan is die lyn ... (1)

9.2 Die diagram hieronder toon sirkel DGF met middelpunt O met 'n radius van 6 eenhede.
OD en OF is verleng na B en C onderskeidelik.
BC is 'n raaklyn aan die sirkel by G.
OG en DF sny by E sodanig dat $OG \perp DF$.
OD : OB = 3 : 5




9.2.1 Toon, met redes, dat DF || BC. (3)

9.2.2 Bepaal:

(a) Die verhouding van BC : DF (2)

(b) Die lengte van EG (3)

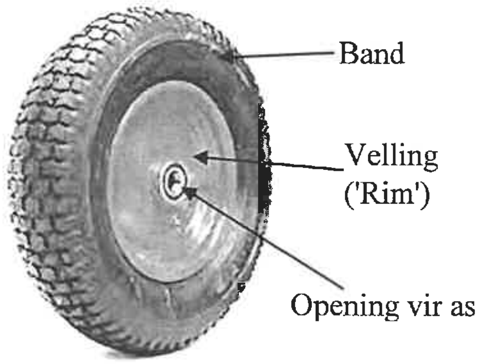
(c) Die numeriese waarde van $\dfrac{\text{Oppervlakte } \Delta \text{ OBG}}{\text{Oppervlakte } \Delta \text{ ODE}}$ (3)

9.3 Toon, met redes, dat $\Delta DOE \; ||| \; \Delta BOG$. (3)

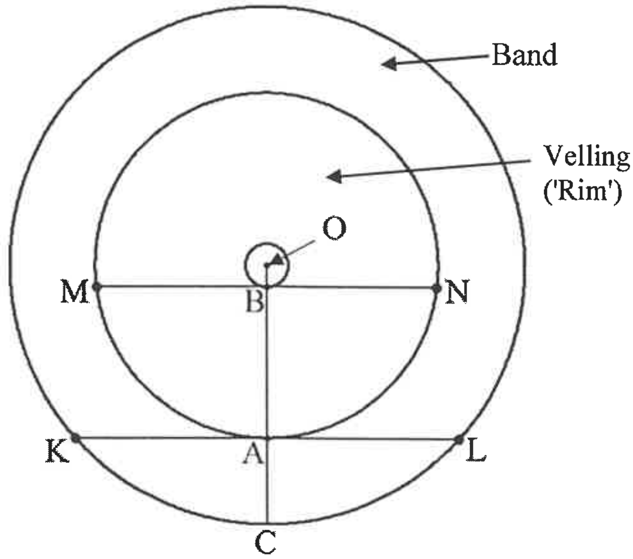
**[15]**

## VRAAG 10

10.1 Die prentjies hieronder toon 'n kruiwa en 'n vergroting van die kruiwa se wiel. Die wiel bestaan uit 'n band en 'n velling ('rim') met 'n sirkelvormige opening in die middel van die velling vir die as.




Die diagram langsaan toon die wiel van die kruiwa.
O is die gemene middelpunt van die opening, die velling en die band.
Koord MN van die velling is ook 'n raaklyn aan die opening by punt B.
Koord KL van die band is die raaklyn van die velling by punt A.
OBAC is 'n reguitlyn met C 'n punt op die buitenste sirkel.




Die middellyn van die wiel is 40 cm.
Die hoeksnelheid van die roterende wiel, wanneer die kruiwa gestoot word, is $64\pi$ omwentelinge per minuut.
Die lengte van die radius van die opening is 1,5 cm.

10.1.1 Gee die lengte van BC. (1)

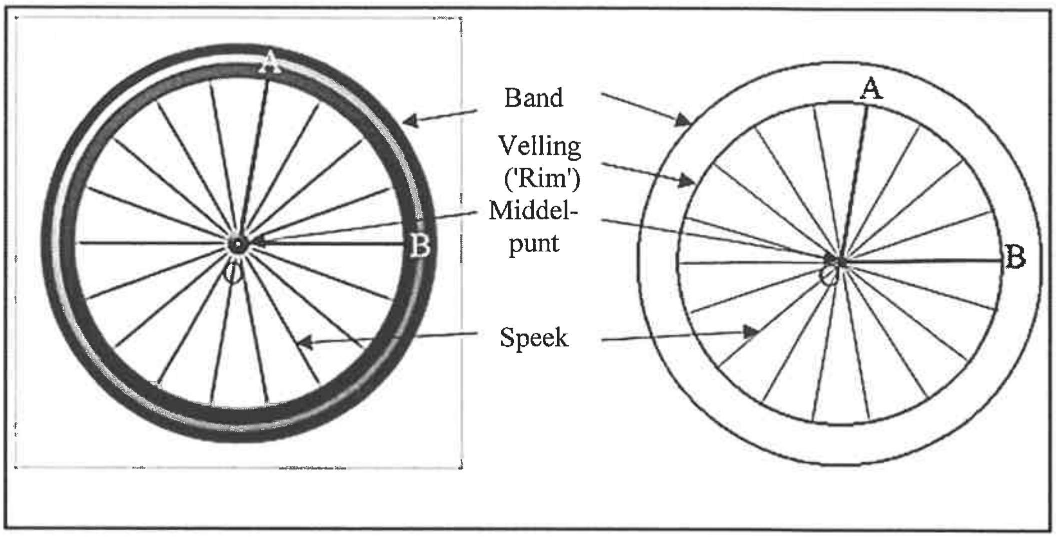
10.1.2 Bepaal vervolgens die lengte van AB as die lengte van koord KL 32 cm is. (5)

10.1.3 Bereken die rotasiefrekwensie ($n$) van die roterende wiel. (3)

10.1.4 Bepaal vervolgens die omtreksnelheid van die roterende wiel. (4)

10.2 Die prentjie hieronder toon 'n wiel wat uit 'n rubberband en 'n velling ('rim') met speke wat ewe ver uitmekaar gespasieer is, bestaan.

Die diagram beeld die wiel met O die middelpunt uit. OA en OB is twee radiusse (speke) van die velling ('rim'). Die lengte van 'n speek is 5,2 cm.




10.2.1 Bepaal die grootte, in radiale, van skerphoek $A\hat{O}B$. (3)

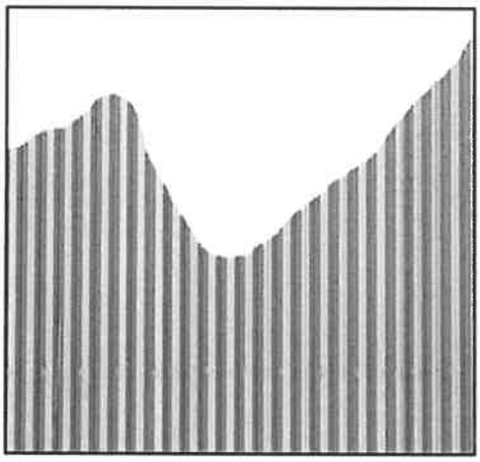
10.2.2 Bepaal vervolgens, of andersins, (korrek tot EEN desimale plek) die lengte van kleinboog AB. (3)

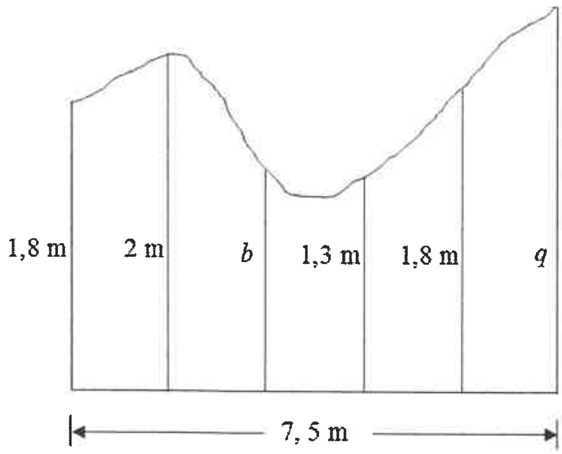
10.2.3 Bepaal vervolgens, of andersins, die oppervlakte (tot die naaste $cm^2$) van kleinsektor AOB. (3)

**[22]**

## VRAAG 11

11.1 'n Onreëlmatig gevormde gedeelte, soos in die prentjie hieronder getoon, is uit 'n reghoekige ysterplaat, met 'n oppervlakte van $19{,}125\ m^2$ gesny. Die diagram langs die prentjie beeld die onreëlmatig gevormde gedeelte uit met een reguit sy, 7,5 m lank, wat in 5 gelyke dele verdeel is.



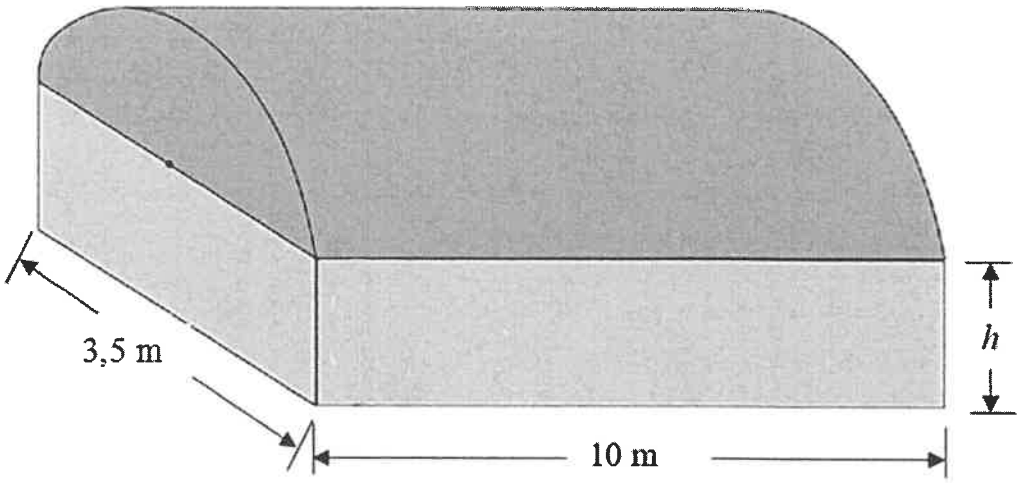



Die ses ordinate wat die gelyke dele verdeel: 1,8 m ; 2 m ; $b$ ; 1,3 m ; 1,8 m en $q$

11.1.1 Skryf die lengte (korrek tot EEN desimale plek) van $b$ neer, as $b$ die vierkantswortel van die lengte van die tweede ordinaat van links af is. (1)

11.1.2 Bepaal vervolgens die lengte (korrek tot EEN desimale plek) van $q$, as die oppervlakte van die onreëlmatig gevormde gedeelte tweederdes van die oppervlakte van die ysterplaat is. (5)

11.2 'n Kweekhuisstruktuur, soos in die diagram hieronder getoon, het 'n vorm wat 'n kombinasie is van 'n reghoekige regte prisma en die helfte van 'n regte silinder.
Die lengte, breedte en hoogte van die reghoekige gedeelte van die kweekhuis is onderskeidelik 3,5 m, 10 m en $h$.
Die volume van die reghoekige gedeelte van die kweekhuis is $70\ \text{m}^3$.




Die volgende formules kan gebruik word:

Totale oppervlakte van 'n regte silinder = $2\pi r^2 + 2\pi r h$
Oppervlakte van 'n reghoek = lengte × breedte
Volume van 'n regte prisma = (oppervlakte van die basis) × hoogte

11.2.1 Bepaal die hoogte ($h$) van die reghoekige prisma. (1)

11.2.2 Skryf die lengte van die radius van die halfsilinder neer. (1)

11.2.3 Toon of die totale buitenste oppervlakte van die kweekhuis minder as $120\ \text{m}^2$ is. (6)
**[14]**

**TOTAAL: 150**

# INLIGTINGSBLAD: TEGNIESE WISKUNDE

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\qquad$ $x = -\frac{b}{2a}$ $\qquad$ $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ , $\qquad a > 0,\ a \neq 1\ en\ b > 0$

$A = P(1 + ni)$ $\qquad$ $A = P(1 - ni)$ $\qquad$ $A = P(1 - i)^n$ $\qquad$ $A = P(1 + i)^n$

$i_{eff} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ , $\quad n \neq -1$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, \qquad x > 0$ $\qquad$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ , $\quad a > 0$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\qquad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\qquad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\qquad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\qquad$ $m = \tan \theta$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

In $\Delta ABC$: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\qquad$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Oppervlakte van $\Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\qquad$ $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ $\qquad$ $\cot^2 \theta + 1 = \mathrm{cosec}^2 \theta$

$\pi rad = 180°$

Hoeksnelheid $= \omega = 2\pi n = 360°n$ waar $n$ = rotasiefrekwensie

Omtreksnelheid $= v = \pi Dn$ waar D = middellyn en $n$ = rotasiefrekwensie

$s = r\theta$ waar $r$ = radius en $\theta$ = sentrale hoek in radiale

Oppervlakte van 'n sektor $\frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2}$ waar $r$ = radius, $s$ = booglengte en $\theta$ = sentrale hoek in radiale

$4h^2 - 4dh + x^2 = 0$ waar $h$ = hoogte van segment, $d$ = middellyn van sirkel en $x$ = lengte van koord

$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$ waar $a$ = gelyke dele, $m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2}$ en $n$ = aantal ordinate

**OF**

$A_T = a\left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \ldots + o_{n-1}\right)$ waar $a$ = gelyke dele, $o_i = i^{de}$ ordinaat en $n$ = aantal ordinate